

Paula Helbig (Universität Greifswald)

Turbulenz und Krümmung

Turbulenz ist allgegenwärtig – von wirbelnden Bächen über die Dynamik der Atmosphäre bis hin zu astro-physikalischen Prozessen. Dennoch entzieht sie sich aufgrund ihrer chaotischen Natur weitgehend einer präzisen Beschreibung. Bis heute sind nur wenige Gesetze bekannt, die exakte Aussagen über die Statistik von Turbulenz treffen. Ein zentrales Beispiel ist das bereits 1941 von Andrei N. Kolmogorov aufgestellte 4/5-Gesetz. Dieses stellt eine fundamentale Verbindung zwischen dem Verlust von Bewegungsenergie durch die Zähigkeit des Fluids und den Struktureigenschaften idealer, vollständig entwickelter Turbulenz her. Solche fundamentalen Relationen gelten jedoch bislang nur in flachen Räumen, in denen die klassische euklidische Geometrie gilt und die Winkelsumme in einem Dreieck immer 180° ergibt. In der Realität hingegen entfalten sich viele turbulente Prozesse auf nichteuklidischen, gekrümmten Flächen – etwa auf der Erdoberfläche oder in stark gekrümmten astrophysikalischen Umgebungen. Dies wirft eine grund-legende Frage auf: Verändert die Krümmung des Raumes die universellen Gesetze der Turbulenz? Wir gehen dieser Frage nach, indem wir Kolmogorovs 4/5-Gesetz analytisch auf Räume konstanter Krümmung – insbesondere sphärische und hyperbolische Geometrien – verallgemeinern. Dabei zeigt sich, dass die resultierenden Beziehungen explizit von der Stärke der Krümmung abhängen und somit systematische Abweichungen vom flachen Fall vorhersagen. Zur Überprüfung dieser Resultate führen wir numerische Simulationen idealer Turbulenz auf der zweidimensionalen Kugeloberfläche durch. Erste Ergebnisse deuten darauf hin, dass sich die analytischen Vorhersagen reproduzieren lassen. Dies hätte weitreichende Konsequenzen: Wir hätten damit nicht nur gezeigt, dass die räumliche Geometrie in turbulenten Systemen eine fundamentale Rolle spielt, sondern würden auch eine Reihe weiterführender Untersuchungen motivieren. So legen unsere Simulationen nahe, dass neben der Krümmung auch die Topologie des Raumes relevant sein könnte. Auch Betrachtungen von allgemeineren Geometrien bis hin zu komplexeren Systemen wie magnetohydrodynamischer oder relativistischer Turbulenz versprechen langfristig fundamentale Einsichten, insbesondere in die Astrophysik.